2 RS 46115

THREE YEAR B.A./B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, SEPTEMBER 2022.

FOURTH SEMESTER

Mathematics

Paper V — LINEAR ALGEBRA

(w.e.f. 2020-21 Admitted batch)

Time : Three hours — Maximum : 75 marks

(No additional sheet will be supplied)

SECTION A — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

Each question carries 5 marks.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

1. Show that the set $\{(x, y, 0)\}$ where $x, y \in F$ is a subspace of $V_3(F)$.

   $\{(x, y, 0)\}$ $x, y \in F$, $V_3(F)$ నకు ఉపసమితి అని చూపండి

2. Define linear dependence and linear independence of vectors. Show that $\{(1,3,2)(1,-7,-8)(2,1,-1)\}$ of $V_3(R)$ is linearly dependent.

   ఋజుపరాధీని, ఋజు స్వాతంత్ర్య సదిశలను నిర్వచించి $\{(1,3,2)(1,-7,-8)(2,1,-1)\}$ అను $V_3(R)$ లోని సదిశలు ఋజుపరాధీన అని చూపండి.

3. State and prove N-S condition for non-empty subset w of a vector space $V(F)$ to become a vector subspace.

   $V(F)$ అను సదిశాంతరాళంలోని శూన్యేతర ఉపసమితి w అనునది సదిశా ఉపాంతరాళము కావడానికి అవశ్యక, పర్యాప్త నియమమును నిర్వచించి నిరూపించండి.

4. If $V(F)$ is FDVS then show that there exists a basis set of V.

   $V(F)$ పరిమిత పరిమాణు సదిశాంతరాళమయితే, V లో ఆధార సమితి వ్యవస్థితమని చూపండి.

5. Find a linear transformation in $T : R^2 \to R^2$ such that $T(2,3) = (4,5)$ and $T(1,0) = (0,0)$.

   $T(2,3) = (4,5)$ మరియు $T(1,0) = (0,0)$ అగునట్లు $T : R^2 \to R^2$ అను ఋజుపరివర్తనను కనుక్కోండి.

6. If $U(F)$ and $V(F)$ are two vectorspaces and $T : U \to V$ is a linear transformation. Then show that null space $N(T)$ is a subspace of $U(F)$.

   $U(F)$ మరియు $V(F)$ లు రెండు సదిశాంతరాళాలు మరియు $T : U \to V$ ఒక రేఖీయ పరివర్తనాలయితే శూన్యాంతరము $N(T)$ అనునది $U(F)$ కు ఉపాంతరాళము అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

7. Reduce the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 6 \\ 1 & 3 & -3 & -4 \\ 5 & 3 & 3 & 11 \end{bmatrix}$ to normal form and hence find its rank.

$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 6 \\ 1 & 3 & -3 & -4 \\ 5 & 3 & 3 & 11 \end{bmatrix}$ అను మాత్రికను అభిలంబ రూపంలో మార్చి కోటిని కనుక్కోండి.

8. Solve : $x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 0, 2x_1 - x_2 - x_4 = 0,\ x_1 + 2x_3 - x_4 = 0,\ 4x_1 - x_2 + 3x_2 - x_4 = 0$

$x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 0, 2x_1 - x_2 - x_4 = 0,\ x_1 + 2x_3 - x_4 = 0,\ 4x_1 - x_2 + 3x_2 - x_4 = 0$ సాధించండి.

9. Prove that the set $S = \left\{\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right)\right\}$ is an orthonormal set in R^3 with standard inner product.

$S = \left\{\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right)\right\}$ అను సమితి R^3 లోని క్రమ అంతర్లబ్ధము దృష్ట్యా లంబాభిలంబ సమితి అని చూపండి.

10. In an inner product space $V(F)$, prove that $\|\alpha + \beta\| \leq \|\alpha\| + \|\beta\| \forall \alpha, \beta \in V$.

$V(F)$ అను I.P.S లో $\|\alpha + \beta\| \leq \|\alpha\| + \|\beta\| \forall \alpha, \beta \in V$ అని చూపండి.

SECTION B — $(5 \times 10 = 50$ marks)

Answer ALL questions.

Each question carries 10 marks.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

11. If w_1 and w_2 are two subspaces of a vectorspace $V(F)$ then $L(w_1 \cup w_2) = w_1 + w_2$.

$V(F)$ అను సదిశాంతరాళంలోని w_1 మరియు w_2 లు రెండు ఉపాంతరాళములయిన $L(w_1 \cup w_2) = w_1 + w_2$ అని చూపండి.

Or

12. Show that union of two subspaces is a subspace iff one is contained in the other.

రెండు ఉపాంతరాళాల సమ్మేళనము ఉపాంతరాళము కావడానికి ఒకటి మరొక దానికి ఉపసమితి అనునది ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

13. If w_1 and w_2 are two subspaces of FDVS $V(F)$ then show that $\dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cap w_2)$.

$V(F)$ అను పరిమిత పరిమాణ సదిశాంత రాళములు w_1 మరియు w_2 లు రెండు ఉపాంతరాళాలు అయితే $\dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cap w_2)$ అని చూపండి.

Or

14. Show that any two bases of FDVS must has same number of elements.

ఒక పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళము యొక్క ఏ రెండు ఆధారాలలోని మూలకాల సంఖ్య సమానము అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

15. Find $T(x, y, z)$ where $T : R^3 \to R$ is defined by $T(1,1,1) = 3, T(0,1,-2) = 1, T(0,0,1) = -2$.

$T : R^3 \to R$ ను $T(1,1,1) = 3, T(0,1,-2) = 1, T(0,0,1) = -2$ గా నిర్వచిస్తే $T(x, y, z)$ ను కనుక్కోండి.

Or

16. State and prove Rank-nullity theorem.

కోటి- శూన్యతా సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

17. Find eigen roots and corresponding eigen vectors of the matrix $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$.

పై మాత్రిక యొక్క ఐగెన్ మూలాలు మరియు ఐగెన్ సదిశల సంబద్ధతను కనుగొనుము.

Or

18. State and prove Cayley-Hamilton theorem.

Cayley-Hamilton theorem ను నిర్వచించి నిరూపించండి.

19. State and prove Cauchy-Schwartz inequality.

Cauchy-Schwartz అసమానతను నిర్వచించి నిరూపించండి.

Or

20. Define orthogonal set and orthonormal set. Show that in an inner product space any orthonormal set of vectors is linearly independent.

లంబ మరియు లంబాభిలంబ సమితులను నిర్వచించి, అంతర్లబ్ధాంతరాళంలోని లంబాభి లంబ సదిశల సమితి ఋజు స్వాతంత్ర్యాలు అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

2 RS 46114

THREE YEAR B.A./B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, SEPTEMBER 2022.

FOURTH SEMESTER

Mathematics

Paper IV – REAL ANALYSIS

(w.e.f. 2020-21 Admitted Batch)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

(No additional sheet will be supplied)

SECTION A — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

Each question carries 5 marks.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

1. Test the convergence of $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}\right)$.

   $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}\right)$ యొక్క అభిసరణతను పరిశీలించుము.

2. Test the convergence of $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{-n^2}$.

   $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{-n^2}$ శ్రేణి యొక్క అభిసరణతను పరిశీలించుము.

3. Examine the continuity of the function $f(x)=\frac{1-\cos x}{x^2}, x\neq 0, f(0)=1$ at $x=0$.

   $f(x)=\frac{1-\cos x}{x^2};\ x\neq 0$ మరియు $f(0)=1$ ప్రమేయము యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను $x=0$ వద్ద పరీక్షించండి.

4. Discuss the continuity of the function f defined by $f(x)=\frac{xe^{1/x}}{1+e^{1/x}}$ if $x\neq 0$; $f(x)=1$ if $x=0$.

   $f(x)=\frac{xe^{1/x}}{1+e^{1/x}}$; $x\neq 0$, $f(x)=1$, $x=0$ గా నిర్వచించబడిన ప్రమేయము f యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను గూర్చి చర్చించండి.

5. Show that $f(x)=x\tan^{-1}\frac{1}{x}$ when $x\neq 0$ and $f(0)=0$ is not derivable at $x=0$.

   $x=0$ వద్ద $f(x)=x\tan^{-1}\frac{1}{x}$; $x\neq 0$ మరియు $f(0)=0$ ప్రమేయము అవకలనీయం కాదు అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

6. State and prove Lagrange's mean value theorem.

లెంగ్రాజ్ మాధ్యమ విలువల సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి

7. If $f(x) = 2x - 1$ on $[0,1]$ and $P = \left\{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\right\}$ then compute $U(P, f), L(P, f)$ and $W(P, f)$.

$f(x) = 2x - 1$ మరియు $P = \left\{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\right\}$ అయితే $[0,1]$ పై $U(P, f), L(P, f)$ మరియు $W(P, f)$ విలువలను కనుగొనుము.

8. If $f : [a\, b] \to R$ is a bounded function then show that $\underline{\int_a^b} f(x)dx \le \overline{\int_a^b} f(x)dx$.

$f : [a\, b] \to R$ పరిబద్ధ ప్రమేయము అయితే $\underline{\int_a^b} f(x)dx \le \overline{\int_a^b} f(x)dx$ అని నిరూపించండి.

9. Verify first mean value theorem on $[-1,1]$ for the functions $f(x) = e^x, g(x) = x$.

$f(x) = e^x, g(x) = x$ ప్రమేయాలను $[-1,1]$ అంతరము పై మొదటి మధ్యమ విలువలు (సమాకలనం) సిద్ధాంతమును పరిశీలించండి.

10. If $f(x) = \frac{1}{1+x}$ and considering the integral $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ then show that $\underset{n\to\infty}{Lt}\left[\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots + \frac{1}{2n}\right] = \log 2$

$f(x) = \frac{1}{1+x}$ ప్రమేయమును $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ సమాకలనిగా పరిగణిస్తే $\underset{n\to\infty}{Lt}\left[\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots + \frac{1}{2n}\right] = \log 2$ అని నిరూపించండి.

SECTION B — ($5 \times 10 = 50$ marks)

Answer ALL questions.

Each question carries 10 marks.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

11. State and prove D-Alenbert's ratio test.

డి-ఆంబర్ట్ నిష్పత్తి పరీక్షను నిర్వచించి నిరూపించుము.

Or

12. Test for absolutely convergence or conditionally convergence of $\sum \frac{(-1)^{n-1}}{n}$.

$\sum \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ యొక్క సంపూర్ణ అభిసరతను లేక ఖచ్చిత అభిసరణతను పరిశీలించండి.

Scanned with CamScanner

13. State and prove Intermediate value theorem of continuity.
అవిచ్ఛిన్నత మధ్యను మూల్య సిద్ధాంతమును నిర్వచించి నిరూపించుము.

Or

14. Prove that every uniformly continuous function is continuous. But converse is not true.
ప్రతి ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నము, అవిచ్ఛిన్నము అని చూపుము. దీని విపర్యయము నిజంకానవసంలేదు, మీ జవాబును సమర్థించండి.

15. State and prove Rolle's mean value theorem.
రోల్స్ మధ్యమ మూల సిద్ధాంతము నిర్వచించి నిరూపించండి.

Or

16. Find the value of 'C' by Cauchy's mean value theorem for $f(x) = \frac{1}{x^2}$ and $g(x) = \frac{1}{x}$ in $[a\ b]$ where $0 < a < b$.
$f(x) = \frac{1}{x^2}$, $g(x) = \frac{1}{x}$ ప్రమేయాలకు $[a\ b]$, $0 < a < b$ కోషి సిద్ధాంతం నుండి 'C' విలువ కనుగొనండి.

17. Show that $f(x) = 3x + 1$ is integrable on $[1\ 2]$ and $\int_1^2 (3x+1)dx = \frac{11}{2}$.

$[1\ 2]$ అంతరము పై $f(x) = 3x + 1$ సమాకలని అని చూపి, మరియు $\int_1^2 (3x+1)dx = \frac{11}{2}$ అగును అని నిరూపించండి.

Or

18. If $f : [a\,b] \to R$ is monotonoc on $[a\ b]$ then prove that f is integrable on $[a\ b]$
$f : [a\,b] \to R$ ప్రమేయం $[a\ b]$ లో ఏక దిష్టం అయితే $[a\ b]$ మీద సమాకలనీయం అని నిరూపించండి.

19. Evaluate $\underset{n\to\infty}{Lt} \sum_{r=1}^{n} \frac{n}{n^2 + r^2}$.

$\underset{n\to\infty}{Lt} \sum_{r=1}^{n} \frac{n}{n^2 + r^2}$ ను సాధించండి.

Or

20. State and prove fundamental theorem of Integral Calculus.
సమాకలన ప్రాథమిక సిద్ధాంతం లేక మూల సిద్ధాంతమును నిర్వచించి నిరూపించుము.

Scanned with CamScanner

2 RS 26112

THREE YEAR B.A. / B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, SEPTEMBER 2022.

SECOND SEMESTER

Mathematics

Paper II — THREE DIMENSIONAL ANALYTICAL SOLID GEOMETRY

(w.e.f. 2020-21 Admitted batch)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

(No additional sheet will be supplied)

SECTION A — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer any FIVE questions.

Each question carries 5 marks.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

1. Find the equation to plane passing through. $(1,-2,4),(3,-4,5)$ and perpendicular to the plane $x+2y+2z=5$

   $(1,-2,4),(3,-4,5)$ బిందువుల గుండా పోతూ $x+2y+2z=5$ తలానికి లంబంగా ఉన్న తలం సమీకరణమును కనుక్కోండి.

2. Find the bisecting plane of the acute angle between the planes $3x-2y-6z+2=0,\ -2x+y-2z-2=0$

   $3x-2y-6z+2=0,\ -2x+y-2z-2=0$ తలాల మధ్య గల లఘుకోణము యొక్క సమద్విఖండన తలమును కనుక్కోండి.

3. Find in symmetric form the equations of the line $x+y+z+1=0=4x+y-2z+2$.

   $x+y+z+1=0=4x+y-2z+2$ అనే రేఖకు సౌష్టవ రూపంలో సమీకరణం కనుక్కోండి.

4. Show that the line $\frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{3}$ lies in the plane $5x+2y-3z-17=0$.

   $\frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{3}$ అనే రేఖ $5x+2y-3z-17=0$ అనే తలంలో ఉన్నదని చూపండి.

5. Find equation to the sphere through (0,0,0), (a,0,0), (0,b,0), (0,0,c)

   (0,0,0), (a,0,0), (0,b,0), (0,0,c) గుండా పోయే గోళం సమీకరణము కనుక్కోండి.

Scanned with CamScanner

6. Find the radius of the circle $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0,\ z=0$.

$x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0,\ z=0$ సమీకరణాలు సూచించే వృత్తము వ్యాసార్థం కనుక్కోండి.

7. Find the radical plane of the spheres $x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z+6=0$ and $x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+6=0$.

$x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z+6=0$ మరియు $x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+6=0$ అనే గోళాల మూలతలము సమీకరణము కనుక్కోండి.

8. Find the equation of the cone whose vertex is $(1,1,0)$ and whose guiding curve is $y=0,\ x^2+z^2=4$.

శీర్షము $(1,1,0)$ మరియు భూవక్రము $y=0,\ x^2+z^2=4$ గానూ కల శంఖువు సమీకరణము కనుక్కోండి.

9. Find the enveloping cone of the sphere $x^2+y^2+z^2-2x+4z-1=0$ with its vertex at the origin O(0,0, 0).

మూల బిందువు O(0,0, 0) వద్ద శీర్షము ఉండి, $x^2+y^2+z^2-2x+4z-1=0$ అను గోళమును స్పర్శించే జనకరేఖలు కలిగియున్న స్పర్శ శంఖువు కనుక్కోండి.

10. Find the equation of the reciprocal cone to the cone $3x^2+4y^2+5z^2+2yz+4zx+6xy=0$.

$3x^2+4y^2+5z^2+2yz+4zx+6xy=0$ అను శంఖువునకు విలోమ శంఖువు సమీకరణము కనుక్కోండి.

SECTION B — ($5 \times 10 = 50$ marks)

Answer ALL the questions.

Each question carries 10 marks.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

11. A variable plane is at a constant distance 'P' from the origin and meets the axes in A, B and C. Show that the locus of the centriod of the triangle ΔABC is $x^{-2}+y^{-2}+z^{-2}=9p^{-2}$.

ఒక చరతలము మూలబిందువు నుంచి ఎల్లప్పుడు 'P' దూరంలో ఉంటూ నిరూపకాక్షాలను A, B మరియు C ల వద్ద ఖండించుచున్నది. ΔABC యొక్క కేంద్రాభాసము యొక్క బిందుపథము $x^{-2}+y^{-2}+z^{-2}=9p^{-2}$ అని చూపండి

Or

12. Show that $x^2+4y^2+9z^2-12yz-6zx+4xy+5x+10y-15z+6=0$ represents a pair of parallel planes and find the distance between them.

$x^2+4y^2+9z^2-12yz-6zx+4xy+5x+10y-15z+6=0$ సమీకరణం రెండు సమాంతర తలాలను సూచిస్తుందని చూపండి మరియు వాని మధ్య లంబదూరాన్ని కనుక్కోండి.

Scanned with CamScanner

13. Find the image of the point (1,3,4) in the plane $2x - y + z + 3 = 0$.

$2x - y + z + 3 = 0$ అను తలంలో (1,3,4) బిందువు యొక్క ప్రతిబింబమును కనుక్కోండి.

Or

14. Show that the lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$ are coplanar. Find the point of intersection and the plane containing the lines.

$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ మరియు $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$ రేఖలు సతలీయాలని చూపండి. ఇంకా వాని వ్యతిచ్ఛేదక బిందువు కనుక్కోండి మరియు వాటి గుండా పోయే తలము కనుక్కోండి.

15. Find the equation to the sphere, passing through the points $(1,-4,3)$, $(1,-5,2)$, $(1,-3,0)$ and centre lies on the plane $x + y + z = 0$.

$(1,-4,3)$, $(1,-5,2)$, $(1,-3,0)$ బిందువుల గుండా పోతూ మరియు కేంద్రము $x + y + z = 0$ తలము పై గల గోళము సమీకరణము కనుక్కోండి.

Or

16. If r_1, r_2 are the radii of the two orthogonal spheres, then show that the radius of the circle of their intersection is $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$.

r_1, r_2 లు రెండు గోళాలకు వ్యాసార్ధాలయితే, వాటి ఉమ్మడి వృత్తము వ్యాసార్ధము $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$ అగునని చూపండి.

17. Find the limiting points of the coaxial system of the spheres $x^2 + y^2 + z^2 - 20x + 30y - 40z + 29 + \lambda\ (2x - 3y + 4z) = 0$.

$x^2 + y^2 + z^2 - 20x + 30y - 40z + 29 + \lambda\ (2x - 3y + 4z) = 0$ సరణిలో గోళానికి సమీకరణము అయినచో సహతల గోళసరణి అవధి బిందువులు కనుక్కోండి.

Or

18. Find the equation of the cone whose vertex is (5,4,3) and guiding curve $3x^2 + 2y^2 = 6, y + z = 0$.

(5,4,3) శీర్షంగానూ $3x^2 + 2y^2 = 6, y + z = 0$ అనేది భూవక్రంగానూ గల శంఖు సమీకరణము సాధించండి.

2 RS 26112

Scanned with CamScanner

19. Prove that the cones $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ and $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} = 0$ are reciprocal.

$ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ అను శంఖువు యొక్క విలోమ శంఖువు $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} = 0$ అని చూపండి.

Or

20. Find the equation to the right circular cone whose vertex $(2,-3,5)$ axis PQ which makes equal angles with the axes and semi-vertical angle is $30°$

$(2,-3,5)$ శీర్షముగానూ, $30°$ శీర్షార్ధ కోణమును కలిగి ఉన్న శంఖువు యొక్క అక్షము PQ నిరూప కాక్షములతో సమాన కోణము చేస్తే, ఆ శంఖువు యొక్క సమీకరణము కనుక్కోండి.

Scanned with CamScanner